UNIVERSITÄT LEIPZIG
Fakultät für Physik und Geowissenschaften

Übungsaufgabenblatt A-VIII
Experimentalphysik III, WS 2013/14

Prof. Grundmann

Ausgabe: 05. 12. 2013
Abgabe: **16. 12. 2013, 12:00 Uhr**

A25. Berechnen Sie a) das am Kern eines Wasserstoffatoms durch die Bewegung eines Elektrons in der ersten Bohr'schen Bahn (Drehimpuls ist $\hbar$, Bahnradius ist a_0) erzeugte Magnetfeld. Gehen Sie für die Berechnung vom Biot-Savart Gesetz aus:

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^3}\mathrm{d}\vec{s}\times\vec{r}$$

[3 Punkte]

und b) die potentielle Energie $V = \pm\mu_\mathrm{I}B$ des Kernspins, wenn sich dieser parallel/antiparallel zu dem in a) berechneten Magnetfeld einstellt. Geben Sie die Werte in Joule, eV und GHz an. Das magnetische Moment des Kerns ist:

$$\vec{\mu}_\mathrm{I} = g_\mathrm{I}\frac{\mu_\mathrm{K}}{\hbar}\vec{I}$$

wobei $\mu_\mathrm{K} = \mu_\mathrm{B}/1836$ das Kernmagneton, g_I der gyromagnetische Faktor (5,58 für das Proton) und $\vec{I}$ der Kernspin (mit Quantenzahl $I = 1/2$ für das Proton) ist.

[2 Punkte]

A26. Ein Strahl aus Wasserstoffatomen der Geschwindigkeit 5000 m/s wird durch einen Stern-Gerlach Magneten der Länge $L = 2\,\mathrm{m}$ geschickt. Alle dieser Atome befinden sich im Grundzustand. Der Gradient des magnetischen Felds beträgt 5 T/m in z-Richtung. Berechnen Sie die mittlere Distanz zwischen den abgelenkten Strahlen beim Verlassen des Magneten.

[4 Punkte]

A27. Berechnen Sie die Kommutatoren

a) $[\hat{L}_x, \hat{L}_y]$ und **[3 Punkte]**

b)$[\hat{L}_z, \hat{L}^2]$! **[3 Punkte]**

Definition: $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$

Rechenregeln:

$$[\hat{A}, \hat{B}] = -[\hat{B}, \hat{A}]$$
$$[\hat{A}, \hat{B}+\hat{C}] = [\hat{A}, \hat{B}] + [\hat{A}, \hat{C}]$$
$$[\hat{A}, \hat{B}\hat{C}] = [\hat{A}, \hat{B}]\hat{C} + \hat{B}[\hat{A}, \hat{C}]$$

A28. Gegeben ist die Wellenfunktion

$$\psi(x) = \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{-\frac{1}{4}} \mathrm{e}^{-\frac{\alpha x^2}{2}}$$

Berechnen Sie $[\hat{x}, \hat{p}_x]\psi(x)$ und $[\hat{x}^2, \hat{P}]\psi(x)$ und zeigen Sie damit für die gegebene Wellenfunktion, dass

a) die Operatoren $\hat{x}$ und $\hat{p}_x$ nicht und **[2 Punkte]**

b) die Operatoren $\hat{x}^2$ und $\hat{P}$ (dies ist der Paritätsoperator: $\hat{P}\psi(x) = \psi(-x)$) **[2 Punkte]**

kommutieren.

Bemerkung: Natürlich reicht es im Allgemeinen nicht aus, eine Eigenschaft nur für eine Wellenfunktion nachzuweisen.